

臺南市 106 年公私立國民中學數學競賽複賽試題

試題說明：

本試題共 22 題，分為兩部分。第一部分：第 1 到第 10 題，每題 4 分，共 40 分；

第二部分：第 11 到第 22 題，每題 5 分，共 60 分；總分 100 分。

請從每題的四個選項中選出最合乎題意的答案。

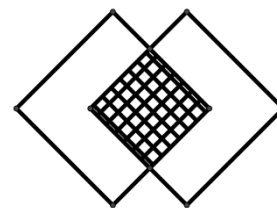
第一部分（第 1 到第 10 題，每題 4 分，共 40 分）

1. 卡卡看一本書，第一天看全書的 $\frac{1}{3}$ 又 5 頁，第二天看了第一天看的頁數的 $\frac{1}{5}$ 又 6 頁，第三天看了第二天看的頁數的 $\frac{1}{7}$ 。第三天結束後，發現這三天剛好看完 142 頁，則此本書的總頁數為多少？

(A) 210 (B) 315 (C) 420 (D) 525

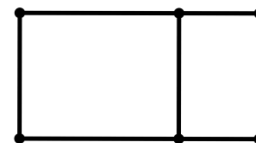
2. 右方的圖形由兩個邊長相同的正方形 S 疊合，重疊的部分（劃有格線部分）是正方形 T 。已知 T 的面積是整個圖形的面積的 $\frac{2}{7}$ ，則正方形 T 與正方形 S 的邊長比為何？

(A) 2 : 3 (B) 1 : 2 (C) 3 : 4 (D) 3 : 5



3. 右圖中，大的長方形沿較長的一邊做垂直切割後得到兩個較小的長方形，且切割之後的兩個小長方形長寬比相同。已知切割後的兩個長方形面積比為 4 : 1，則原長方形的長寬比為何？

(A) 2 : 1 (B) 3 : 2 (C) 5 : 2 (D) 4 : 3



4. 一個部落每年以固定的方式遷徙，遷徙的方向是依照正東、正北、正西、正南的順序輪替，移動的距離分別是 1、2、3、……逐年增加 1 公里。那麼遷徙 105 次後的位置與初始位置的距離為多少公里？（答案取最接近整數）

(A) 74 (B) 75 (C) 76 (D) 77

5. 已知 2^{50} 除以 101 所得的餘數為 100，求 2^{101} 除以 101 所得的餘數為何？

(A) 1 (B) 2 (C) 36 (D) 44

6. 設 $A(-2,1)$, $B(-2,4)$ ，且點 C, D 在直線 $y = x - 6$ 上，已知線段 AC 與線段 BD 交於原點，則線段 CD 的長度為何？

(A) 2 (B) $2\sqrt{2}$ (C) 3 (D) $2 + \sqrt{2}$

7. 若 n 為小於 50 的正整數，且 $x^2 - 2nx + (n-1)^2 = 0$ 的兩根為整數，則所有 n 可能值的總和為何？

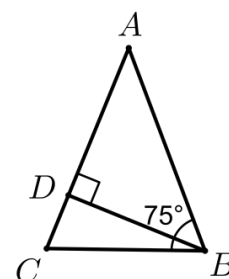
(A) 43 (B) 44 (C) 67 (D) 85

8. 已知一個直角三角形的面積為7，周長為14，則此三角形三邊長的乘積為何？
 (A) 48 (B) 60 (C) 72 (D) 84
9. 已知 $2017x + y = 2017$ 與 $x - y = k$ 為直角坐標平面上的兩直線，且交點在第一象限，則滿足上述條件的整數 k 共有幾個？
 (A) 2015 (B) 2016 (C) 2017 (D) 2018
10. 已知一個三角形的內角分別為 $x^\circ, y^\circ, z^\circ$ ，且 $x \leq y \leq z, z = 4x$ ，則 y 的範圍為何？
 (A) $0 < y \leq 80$ (B) $30 \leq y < 90$ (C) $0 < y < 90$ (D) $30 \leq y \leq 80$

第二部分（第 11 到第 22 題，每題 5 分，共 60 分）

11. 假設兩正整數 a, b 的最小公倍數為 450；則 $a + b$ 最小值為何？
 (A) 21 (B) 43 (C) 45 (D) 59

12. 如右圖， $\triangle ABC$ 為等腰三角形，底邊為 $\overline{BC}$ ，底角為 75° ，點 B 至 $\overline{AC}$ 所做的垂直線與 $\overline{AC}$ 的交點為 D 。已知 $\overline{CD} = 1$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為何？



- (A) $4 + 2\sqrt{3}$ (B) $7 + 4\sqrt{3}$ (C) $8 + 4\sqrt{3}$ (D) $14 + 4\sqrt{3}$

13. 已知 500 可以寫成 n 個連續正整數的和，則 n 的最大值為多少？
 (A) 24 (B) 25 (C) 26 (D) 27

14. 已知 x, y 均為正數，且 $6x^2 + xy - 15y^2 = 0$ ，則 $\frac{30x^2 + 5xy - 72y^2}{40x^2 + 7xy - 105y^2}$ 的值為何？

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $-\frac{3}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{2}{3}$

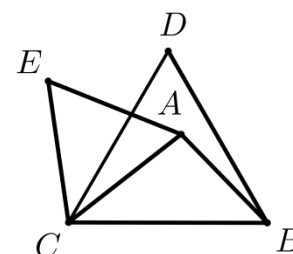
15. 已知 a, b 為實數，線型函數 $f(x) = ax + b$ 滿足 $f(1) + f(2) + \cdots + f(63) = 2016$ ，則 $f(32)$ 的值為何？
 (A) 32 (B) 64 (C) 16 (D) 63

16. 某本書的內文頁碼以 1, 2, 3, ... 編碼。打印整本書的內文頁碼共用了 852 個數字（例如三位數 223 要用 3 個數字），則這本書內文共有多少頁？
 (A) 215 (B) 314 (C) 320 (D) 329

17. 右圖為三個二位數直式加法的算式，已知 M, N, L 為 1, 2, ..., 9 之中的三個相異整數，則 $M + N + L$ 的值為多少？
 (A) 19 (B) 18 (C) 17 (D) 16

$$\begin{array}{r} M \quad M \\ N \quad N \\ +) \quad L \quad L \\ \hline M \quad N \quad L \end{array}$$

18. 如右圖， $\triangle ABC$ 中 $\angle A = 110^\circ$ ，且 $\triangle BCD, \triangle ACE$ 均為正三角形，則 $\angle AED$ 的度數為多少？
 (A) 55° (B) 50° (C) 40° (D) 35°



19. 將 $2^{(5^3)}$ 、 $3^{(2^5)}$ 、 $7^{(7^7)}$ 、 $(7^7)^7$ 四個數，由大至小排列，則哪一個數排在第三位？

- (A) $2^{(5^3)}$ (B) $3^{(2^5)}$ (C) $7^{(7^7)}$ (D) $(7^7)^7$

20. 設 a 是方程式 $x^2 - 2017x + 1 = 0$ 的一個根，則 $a^2 - 2016a + \frac{2017}{a^2 + 1}$ 的值為何？

- (A) 2014 (B) 2015 (C) 2016 (D) 2017

21. 已知 n 為整數且 $4n^2 + 32n + 9$ 是一個完全平方數，則所有這些 n 值的總和為何？

- (A) -16 (B) -8 (C) 2 (D) 10

22. 已知 n 為正整數，且 $1 \leq n \leq 2017$ ，若 n 可以寫成連續 3 個整數的和，也可寫成連續 4 個整數的和，則滿足上述條件的 n 共有多少個？

- (A) 168 (B) 336 (C) 504 (D) 672